

2021학년 졸업고사-Complex

학부(과) _____ 학년 _____ 학번 _____ 성명 _____ 검인

1. 복소함수 f 는 정함수이고 다음 <조건>을 만족한다. $f(1+i)=i$ 일 때, $f\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}i\right)$ 의 값을 풀이과정과 함께 구하시오.

< 조 건 >

- (1) 임의의 $iy(0 \leq y \leq 1)$ 에 대하여 $f(iy+1)-f(iy) \geq 0$
 (2) 임의의 $0 \leq x \leq 1$ 에 대하여 $f(x+i)-f(x) \geq 0$

2. f 는 영역 $D = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 2\}$ 에서 해석적이고 $f(0) = f'(0) = 3$ 을 만족한다. 다음 주어진 적분의 값을 구하시오.

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} f(e^{it}) \cos^2 \frac{t}{2} dt$$

3. $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$ 의 영역 $1 < |z| < 2$ 에서의 로랑(Laurent)급 수를 $\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n z^n$ 이라 할 때, 무한급수 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오.

4. 복소함수 $f(z) = \frac{1}{z^{2018}} \frac{1-z}{1+z}$ 에 대하여 다음 주어진 값을 구하시오.

$$\operatorname{Res}(f, 0) + \operatorname{Res}(f, -1)$$

5. (a) $f(z) = \frac{(z+1)(z+7)^5(z-i)^2}{(z^2-2z+2)^4(z+i)^8(z-5i)^8}$ 에 대하여 복소적분

$\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=2} \frac{f'(z)}{f(z)} dz$ 의 값을 구하시오.

(b) 복소함수 f 가 $f(z) = z^{2018} + 2z^{2017} + 3z^{2016} + \dots + 2018z + 2019$ 로 주어져있다. 단순단곡선 C 의 f 의 모든 해를 포함한다고 할 때, 다음 주어진 적분값을 각각 구하시오.

$$(1) \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{zf'(z)}{f(z)} dz \quad (2) \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{z^2 f'(z)}{f(z)} dz$$